

We have

(5) Transforming the dummy:

$$\langle \Pi x : r.x : f.x \rangle = \langle \Pi y : r.(t.y) : f.(t.y) \rangle$$

(7) Dummy interchange:

$$\langle \Pi x : r.x : \langle \Pi y : s.y : f.x.y \rangle \rangle = \langle \Pi y : s.y : \langle \Pi x : r.x : f.x.y \rangle \rangle$$

(8) Distributivity:

$$\langle \Pi x : r.x : f.x * g.x \rangle = \langle \Pi x : r.x : f.x \rangle * \langle \Pi x : r.x : g.x \rangle$$

(11) Range split:

$$\langle \Pi x : r.x : f.x \rangle * \langle \Pi x : s.x : f.x \rangle = \langle \Pi x : r.x \vee s.x : f.x \rangle * \langle \Pi x : r.x \wedge s.x : f.x \rangle$$

*E. Emmanuel Macaulay*  
*12 July 2006*